Olympiades Régionales d'Informatique Franco-Australiennes

Dimanche 8 Mai

2005

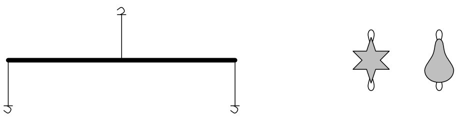
Durée: 4 heures

3 Problèmes

Problème 1
Jeu de construction de mobiles

Limites de temps et de mémoire : 10 secondes, 10 Mo

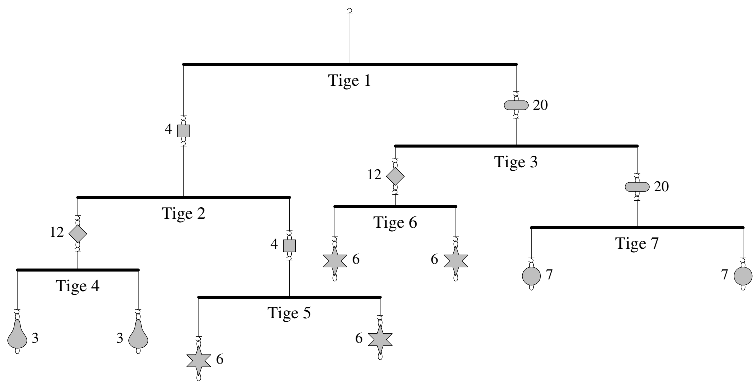
Votre petite sœur vient de recevoir son cadeau d'anniversaire : un jeu de construction de mobiles. La boîte contient deux types d'éléments : des tiges et des décorations, comme illustré ci-dessous.



Des fils relient trois crochets à chaque tige. Celui du milieu permet d'accrocher l'ensemble de la tige sous un autre objet (soit le plafond, soit une décoration se trouvant plus haut). Une et une seule tige doit rattacher le mobile au plafond. Des deux côtés de chaque tige, des fils descendent et se terminent par un crochet. Ceci permet de suspendre une décoration sous chaque extrémité de la tige.

De nombreux types de décorations sont fournis, de différentes formes et poids. Deux anneaux sont fixés sur chaque décoration : l'un sur le dessus, l'autre en dessous. L'anneau du dessus peut être utilisé pour accrocher la décoration à un crochet se trouvant sous l'extrémité gauche ou droite d'une tige. L'anneau du dessous peut être utilisé pour y suspendre une autre tige.

Lorsque l'on construit un mobile avec ces éléments, aucun crochet ne doit être laissé libre, sauf celui du sommet, qui permet de suspendre l'ensemble du mobile au plafond. Tout autre crochet doit être attaché à une décoration. Les décorations n'ont pas autant de contraintes : certaines décorations peuvent avoir d'autres tiges qui y sont suspendues, d'autres peuvent ne rien avoir d'attaché à leur anneau inférieur. Une illustration d'un mobile complet est fournie ci-dessous. Les tiges sont numérotées de 1 à 7 et le poids de chaque décoration est indiqué à côté.



Votre petite sœur a terminé de construire un magnifique mobile, mais se plaint qu'il ne fonctionne pas ! En effet, le mobile est loin d'être bien équilibré : ce qui est suspendu d'un côté de certaines tiges est parfois bien plus lourd que ce qui est suspendu de l'autre côté.

Vous avez proposé votre aide, mais votre sœur se fâche lorsque vous lui expliquez que vous devrez déplacer certains éléments pour équilibrer le mobile. Elle ne veut pas que vous changiez quoi que ce soit à sa merveilleuse construction ! Le mobile est parfait ainsi, vous devez juste le faire marcher ! Vous finissez par la convaincre qu'il est nécessaire de changer quelque-chose pour améliorer l'équilibre, mais elle ne vous autorise à effectuer qu'une seule modification sur sa création.

Votre objectif est de rendre l'ensemble du mobile aussi équilibré que possible, en n'y apportant qu'une seule modification. Cette modification doit consister à détacher une tige de la décoration sous laquelle elle est suspendue, puis de l'attacher sous une autre décoration. Vous n'avez pas à vous inquiéter des possibilités de collisions entre les éléments du mobile lorsqu'il est mis en mouvement : vous pourrez toujours vous en occuper plus tard, en modifiant les longueurs de certains fils. Equilibrer le mobile est votre seule préoccupation.

Pour déterminer à quel point une tige donnée est équilibrée, vous devez calculer la valeur absolue de la différence entre le poids total suspendu sous chacune des deux extrémités de cette tige (une faible valeur est donc préférable). Pour évaluer l'équilibre de l'ensemble du mobile, vous devez faire la somme des différences obtenues pour toutes les tiges. Votre but est de réduire ce total à sa plus petite valeur possible en effectuant au maximum un changement. Notez que vous n'êtes pas obligé de faire un changement : vous pouvez choisir de ne rien modifier.

A noter également que lorsque vous déplacez une tige, vous ne pouvez pas l'attacher à une décoration à laquelle est déjà suspendue une tige. Les tiges, fils et crochets sont si légers qu'ils peuvent être considérés comme n'ayant pas de poids.

Contraintes

- $1 \leq N \leq 2000$, où N est le nombre de tiges;
- $1 \leq W \leq 1000$, où W est le poids d'une décoration.

De plus, dans 30% des jeux de tests, $N \leq 200$.

Entrée

La première ligne de l'entrée contient un entier N, le nombre de tiges utilisées dans le mobile. Les tiges sont numérotées de 1 à N, la tige 1 étant accrochée au plafond.

Chacune des N lignes suivantes décrit une tige. Les tiges sont fournies dans l'ordre, de 1 à N (de telle sorte que la ligne 2 décrit la tige 1, et ainsi de suite). Chacune de ces lignes est de la forme W_1 R_1 W_2 R_2, où W_1 et W_2 sont les poids des décorations attachées directement sous les extrémités gauche et droites de la tige, et R_1 et R_2 sont les identifiants des tiges suspendues sous ces décorations (les tiges R_1 et R_2 sont suspendues respectivement sous les décorations de poids W_1 et W_2). Si aucune tige n'est suspendue à une décoration, l'identifiant de tige correspondant sera zéro.

Sortie

La sortie doit consister en une ligne, contenant un simple entier : la plus petite somme de différences de poids que vous pouvez obtenir, en déplaçant au maximum une tige du mobile.

Exemple d'entrée

L'entrée suivante décrit le grand mobile illustré plus haut.

```
7
4 2 20 3
12 4 4 5
12 6 20 7
3 0 3 0
6 0 6 0
6 0 6 0
7 0 7 0
```

Exemple de sortie

```
42
```

Dans l'exemple d'entrée, les différences de poids pour les tiges $1, \ldots, 7$ sont respectivement 40, 2, 10, 0, 0, 0 et 0, ce qui donne une somme totale de 52. En déplaçant la tige 7 pour la placer sous l'une des décorations attachées à la tige 5, les différences de poids deviennent 12, 12, 4, 0, 14, 0 et 0, ce qui donne un total de 42. Aucune somme inférieure ne peut être obtenue sans déplacer plus d'une tige, donc 42 est la réponse finale.

Score

Le score pour chaque jeu de test sera 100% si la bonne réponse est fournie sur la sortie, et 0% sinon.

Problème 2
Ballade de singe

Limites de temps et de mémoire : 1 seconde, 64 Mo

Trévor le singe a été placé dans une réserve animalière artificielle. Il apparait immédiatement que la forêt n'est pas naturelle : tous les arbres ont été plantés selon une grille parfaite, chaque arbre étant séparé d'1 mètre de ses voisins. Les arbres de cette forêt sont si proches les uns des autres, qu'aucune grosse branche ne peut pousser et par conséquent, Trévor n'a pas d'endroit tranquille où se reposer. Il résoud ce problème en construisant un certain nombre N de nids, placés sur certains arbres.

Les responsables de la réserve ont délimité le territoire de Trévor par un carré de S mètres de côté, situé bien à l'intérieur de la réserve. Tous les nids de Trévor se trouvent à l'intérieur de ce carré, ou sur sa frontière. Trévor est autorisé à sortir de son territoire, mais la réserve est si grande que même s'il le fait, il n'a aucune chance d'en atteindre les limites.

Comme toutes les branches sont petites, il est plutôt risqué pour un gros singe comme Trévor, de passer d'arbre en arbre. Pour cette raison, le seul moyen dont il dispose pour passer d'arbre en arbre est de se balancer grâce à des lianes, comme le lui a enseigné Tarzan dans sa jeunesse. Dans cette forêt, on trouve toujours des lianes facilement là où on en a besoin, ce qui en fait un moyen de transport rapide et efficace. Il y a cependant des restrictions :

- Pour pouvoir se balancer entre deux arbres, il ne doit y avoir aucun autre arbre le long de la ligne droite qui les relie (sinon, paf le singe).
- La longueur des lianes ne permet de se déplacer qu'à des distances de L ou moins, en un saut.

Sauter de liane en liane est fatiguant, même pour un singe bien entraîné, et Trévor souhaite minimiser sa fatigue quand il se déplace entre ses nids. Pour passer d'un nid à l'autre, il utilise des lianes d'arbre en arbre et peut se reposer sur d'autres nids le long du chemin. Comme ces pauses lui permettent de bien reprendre son souffle, Trévor ne mesure pas sa fatigue par le nombre total de sauts. Il mesure en fait sa fatigue par le plus grand nombre de sauts consécutifs qu'il doit effectuer à la suite sans se reposer.

Trévor est très fainéant et pas si intelligent — c'est un vrai singe. Il souhaite que vous l'aidiez à trouver un groupe d'au moins $N/2$ nids entre lesquels il peut se déplacer, de telle sorte que la plus grande fatigue qu'il doive endurer pour se déplacer entre toute paire de ces $N/2$ nids soit aussi petite que possible. Si N est impair, alors $N/2$ doit être arrondi à l'entier supérieur.

Contraintes

- $1 \leq L \leq 15$, où L est la distance maximale pour un balancement;
- $2 \leq S \leq 200$, où S est la longueur du côté du territoire de Trévor;
- $2 \leq N \leq 1000$, où N est le nombre de nids que Trévor a construit;
- $0 \leq X_i < S$ et $0 \leq Y_i < S$, où (X_i, Y_i) sont les coordonnées du $i$ème nid.

De plus, dans 30% des jeux de tests, on vous garantit que $L \leq 3$, $S \leq 100$ et $N \leq 65$.

Entrée

La première ligne de l'entrée contient l'entier L, donnant la distance maximale qui peut être traversée en un seul saut (mesurée en mètres).

La deuxième ligne de l'entrée contient l'entier S, indiquant la longueur du côté du territoire carré (mesuré en mètres également).

La troisième ligne de l'entrée contient l'entier N, indiquant le nombre total de nids.

Chacune des N lignes suivantes contient deux entiers X_i et Y_i séparées par un espace, donnant les coordonnées x et y de chaque nid. Deux nids ne se trouvent jamais sur le même arbre.

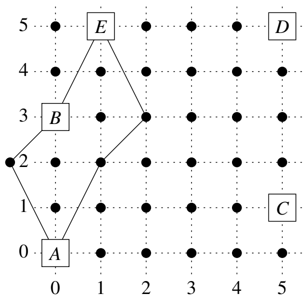
Sortie

La sortie doit consister en une simple ligne contenant un entier : la fatigue minimale que Trévor doit endurer pour pouvoir se déplacer partout dans un groupe d'au moins $N/2$ nids.

Exemple d'entrée

```
3
6
5
0 0
0 3
5 1
5 5
1 5
```

Le jeu d'entrée ci-dessus décrit la forêt illustrée ci-dessous. Les arbres sont représentés par des disques noirs et les cinq nids sont indiqués par les lettres A, B, C, D et E. Notez que dans cet exemple, on peut se balancer à une distance maximale de $L = 3$ mètres.



Considérez les nids A et B. Bien qu'ils soient à trois mètres d'écart, Trévor ne peut pas se balancer directement entre eux, car d'autres arbres sont sur le passage. Il doit donc effectuer au moins deux sauts. Par exemple, il peut se balancer de $A = (0, 0)$ à $(-1, 2)$, puis repartir vers $B = (0, 3)$. Ce chemin est représenté par un segment sur la carte. Notez que ce trajet sort du territoire de Trévor (ce qui est tout à fait autorisé).

Pour se déplacer entre les nids A et E, Trévor a besoin d'au moins trois sauts. Une fois de plus, il ne peut pas prendre un chemin plus direct, car des arbres sont dans le passage. Un chemin possible de A à E peut être de $A = (0, 0)$ à $(1, 2)$, puis vers $(2, 3)$ et finalement vers $E = (1, 5)$.

Remarquez que Trévor peut se déplacer de A à E avec une fatigue de seulement 2. Il peut le faire en allant de A à B en deux sauts, puis se reposer sur le nid B, et finalement passer de B à E avec un saut supplémentaire. Comme il effectue au plus deux balancements consécutifs sans se reposer, la fatigue totale pour ce déplacement de A à E est de 2.

Exemple de sortie

```
2
```

Souvenez-vous que Trévor recherche un groupe de trois nids ($N/2$ arrondi au dessus) entre lesquels il puisse se déplacer. S'il choisit les nids A, B et E, on voit qu'il peut atteindre tout nid à partir de tout autre parmi ce groupe, avec une fatigue maximale de 2. Il n'y a pas d'autre groupe de trois nids qui donne un meilleur résultat (bien qu'il y ait de nombreux autres groupes qui donnent le même résultat), et 2 est donc la réponse finale.

Score

Le score pour chaque jeu d'entrée sera de 100% si la réponse correcte est fournie, et de 0% sinon.

Problème 3
Rivière

Limites de temps et de mémoire : 1 seconde, 10 Mo

Une magnifique île inhabitée a été découverte au fin fond de l'océan Pacifique. De nombreux étrangers ont prévu d'émigrer vers ce petit paradis, et vous vous êtes retrouvé chargé de planifier la construction de la ville principale.

Il se trouve que la plupart des migrants sont Français et Australiens. Malheureusement, aucun des Australiens n'a jamais appris le Français et aucun des Français ne peut comprendre l'épais accent Australien.

Vous avez ainsi décidé de diviser la ville en deux secteurs. Une large rivière coule au centre de l'île, et vous prévoyez donc de placer un secteur Français d'un côté de la rivière et un secteur Australien de l'autre côté. Au milieu de la rivière, plusieurs restaurants flottants vont ouvrir et permettre aux différentes nationalités de se rencontrer et communiquer dans le langage universel du café.

Vous devez porter une attention très particulière à la manière dont vous construisez cette ville. Les résidents souhaitent que les secteurs soient aussi égaux que possible, de telle sorte qu'une nationalité n'en domine pas une autre. Ils comptabilisent précisément la surface qui a été développée de chaque côté de la rivière et vous font payer une taxe en fonction de l'importance de la différence.

Plus précisément, chaque fois que vous construisez un nouveau bâtiment, les résidents mesurent la surface totale de tous les bâtiments du côté français et la surface totale de tous les bâtiments du côté australien. Ils calculent ensuite la différence entre ces deux surfaces, et vous font payer la somme correspondante en drachmes (la seule forme de monnaie sur laquelle les deux communautés peuvent s'entendre).

Les résidents sont également assez exigeants au sujet des immeubles qu'ils veulent construire. On vous a fourni une liste exacte des immeubles qui doivent êtres créés. Vous êtes autorisé à les construire dans l'ordre de votre choix, d'un côté ou de l'autre de la rivière. Votre objectif est de décider quand et où construire ces bâtiments, pour avoir à payer la plus petite taxe possible.

Exemple

Supposez que l'on vous ait demandé trois immeubles de surfaces 2, 3 et 4. Les tableaux ci-dessous illustrent deux manières différentes possibles de construire ces immeubles.

Nouvel Immeuble	**Surface (Aus.)**	**Surface (Fr.)**	**Taxe**
Surface 2, Côté Français	0	2	2
Surface 3, Côté Français	0	5	5
Surface 4, Côté Australien	4	5	1
Taxe totale			**8**

Nouvel Immeuble	**Surface (Aus.)**	**Surface (Fr.)**	**Taxe**
Surface 3, Côté Australien	3	0	3
Surface 4, Côté Français	3	4	1
Surface 2, Côté Australien	5	4	1
taxe totale			**5**

La deuxième méthode est meilleure que la première, car elle donne une taxe totale inférieure : 5 drachmes.

Contraintes

- $1 \leq N \leq 100$, où N est le nombre d'immeubles requis;
- $1 \leq A \leq 100\,000$, où A est la surface d'un immeuble (mesurée en mètres carrés).

De plus, dans 30% des jeux de tests, aucun immeuble n'aura de surface supérieure à 100.

Entrée

Votre programme doit lire sur l'entrée standard. La première ligne contient un simple entier N, indiquant le nombre total d'immeubles requis.

Les N lignes suivantes décrivent chacune un immeuble. Chacune de ces lignes contient un simple entier, représentant la surface de l'immeuble (en mètres carrés). Notez que plusieurs immeubles peuvent avoir la même surface.

Sortie

Votre programme doit écrire sur la sortie standard la meilleure solution qu'il peut trouver. Votre sortie doit commencer par N lignes décrivant les N immeubles dans l'ordre dans lequel vous les construisez. Chacune de ces lignes doit avoir la forme A S, où A est la surface de l'immeuble et S dénote de quel côté de la rivière il est construit. La surface A doit être un entier (mesuré en mètres carrés), et S doit être une lettre minuscule "`a`" ou "`f`", indiquant respectivement le côté Australien ou Français.

Une fois que les immeubles ont été décrits, votre programme doit écrire une ligne supplémentaire sur la sortie. Cette ligne doit contenir un simple entier, représentant la taxe totale payée (en drachmes).

Exemple d'entrée

```
3
2
3
4
```

Exemple de sortie

```
3 a
4 f
2 a
5
```

Score

Il n'y a pas de "meilleure solution" particulière que vous devez atteindre. Votre score sera déterminé en fonction des autres candidats, contre lesquels vous concourrez (et également de la solution des juges).

Pour chaque jeu d'entrée, le candidat qui obtient la plus petite taxe totale sera déterminé. Supposons que ce candidat obtienne une taxe totale de T. De plus, soit M la surface moyenne d'un immeuble du jeu d'entrée (tel que M soit la somme de toutes les surfaces d'immeubles divisée par N). Votre score pour ce jeu d'entrée sera alors :

- 100% si votre programme trouve une solution qui est identique à cette taxe totale minimale T;
- 10% si votre programme trouve une solution dont la taxe totale est supérieure ou égale à $T + M$;
- 0% si votre programme génère une solution incorrecte (ie, vous oubliez un immeuble, construisez le même immeuble plus d'une fois, ou ne calculez pas correctement la taxe totale);
- sinon, votre score sera déterminé par une échelle linéaire en fonction de votre taxe totale, les scores de 100% et 10% correspondant aux solutions décrites ci-dessus.

Par exemple, considérez un jeu d'entrée pour lequel la surface moyenne d'immeuble est de $M = 90$. Si la meilleure solution trouvée par un candidat (ou par les juges) donne une taxe totale de 400, alors l'échelle de score pour une solution *correcte* sera la suivante :

Taxe totale	400	420	440	460	480	490	500	510
Score	100%	80%	60%	40%	20%	10%	10%	10%